



Lange Nacht der Systemtheorie

- Einschaltverhalten eines Lautsprechers -

Manfred Strohrmann



Hochschule Karlsruhe
Technik und Wirtschaft
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Näher dran.

Änderungsindex

Version	Datum	Verfasser	Änderungen
2.0	19.02.2014	M. Strohrmann, C. Hadamek	Änderung der Aufgabenstellung
1.0	17.10.2007	M. Strohrmann, S. Günter	Erstausgabe

Inhalt

1	Einleitung und Zielsetzung	1
2	Modellbildung des Versuchs.....	2
3	Analyse des mechanischen Systems.....	3
3.1	Darstellung der Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich.....	3
3.2	Lösung der homogenen Differentialgleichung mit Ansatz.....	3
3.3	Darstellung des mechanischen Systems im Zustandsraum	3
3.4	Variation der Parameter	3
4	Bestimmung der Parameter aus Angaben der Aufgabenstellung	4
4.1	Zusammenhang zwischen Strom und Kraft	4
4.2	Zusammenhang Laststrom und Klemmenspannung der verwendeten Batterie	4
4.3	Ohmscher Widerstand der Spule	4
4.4	Einschaltstrom der fixierten Spule ($v = 0$).....	5
4.5	Kraft-Weg-Kennlinie des Lautsprechers.....	5
4.6	Induzierte Spannung am Lautsprecher bei impulsförmiger Anregung unbekannter Amplitude..	5
5	Berechnung der Übertragungsfunktion und der Sprungantwort	6
6	Wie hoch fliegt der Tischtennisball?	6

1 Einleitung und Zielsetzung

In dieser 'Langen Nacht der Systemtheorie' soll das Einschaltverhalten eines Lautsprechers mit Tauchspule simuliert werden.

Zunächst wird auf Basis des Feder-Masse-Systems des Lautsprechers das Grundverständnis eines Verzögerungsglieds zweiter Ordnung vertieft. Auf Basis von Messwerten werden dann die Parameter des Systems bestimmt und so ein Modell in Matlab programmiert.

Das Einschaltverhalten der Tauchspule bestimmt die Bewegung der Lautsprechermembran und damit die Beschleunigung eines Tischtennisballs, der auf dem Lautsprecher liegt. Schlussendlich soll die Frage beantwortet werden, wie hoch ein Tischtennisball von einem Lautsprecher geschossen wird, wenn eine 9 V Blockbatterie an den Lautsprecher angeschlossen wird. Im Folgenden werden die dazu notwendigen Lösungsschritte aufgezeigt.

In dieser Veranstaltung sollen Sie sich gegenseitig helfen und sich vielleicht auch halb verstandene Sachverhalte äußern. Durch das Erklären und die Diskussion mit anderen Studierenden erschließt sich der komplette Zusammenhang. Dazu ein Text von Kleist aus dem Jahr 1805:

Über die allmähliche Verfertigung der Gedanken beim Reden

Wenn du etwas wissen willst und es durch Meditation nicht finden kannst, so rate ich dir, mein lieber, sinnreicher Freund, mit dem nächsten Bekannten, der dir aufstößt, darüber zu sprechen.

Es braucht nicht eben ein scharf denkender Kopf zu sein, auch meine ich es nicht so, als ob du ihn darum befragen solltest: nein! Vielmehr sollst du es ihm selber allererst erzählen. Ich sehe dich zwar große Augen machen, und mir antworten, man habe dir in frühern Jahren den Rat gegeben, von nichts zu sprechen, als nur von Dingen, die du bereits verstehst. Damals aber sprachst du wahrscheinlich mit dem Vorwitz, andere, ich will, dass du aus der verständigen Absicht sprichst, dich zu belehren, und so können, für verschiedene Fälle verschieden, beide Klugheitsregeln vielleicht gut nebeneinander bestehen.

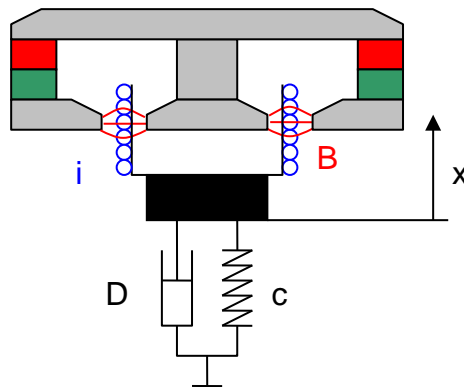
In diesem Sinne wünsche ich uns allen an diesem Abend viele Diskussionen.

2 Modellbildung des Versuchs

Ein Lautsprecher besteht aus einem Topfmagneten, der einen rotationssymmetrischen Luftspalt aufweist. In dem Luftspalt liegt eine magnetische Flussdichte B vor.

In dem Luftspalt befindet sich eine Tauchspule, die von einem Strom i durchflossen wird. Von dem Magnetfeld wird eine konstante Anzahl von n Windungen durchsetzt. Die Tauchspule ist starr mit der Lautsprechermembran verbunden.

Die Lautsprechermembran ist gefedert aufgehängt. Bei einer Auslenkung x wirkt eine Rückstellkraft auf die Membran und durch aerodynamische Kräfte wird die Bewegung der Membran gedämpft. Folgende Abbildung zeigt das Prinzipbild des zu modellierenden Lautsprechers.



Der Lautsprecher wird von einer Spannungsquelle angesteuert, die als lineare Quelle angesehen werden kann.

Machen Sie sich mit der Modellierung des Lautsprechers vertraut:

- Was für eine Art von Wandler ist der Lautsprecher? Wie kann er mathematisch beschrieben werden?
- Beschreiben Sie den mechanischen Teil des Systems mit einer Kräftebilanz und stellen Sie eine Differentialgleichung für die Auslenkung x des Lautsprechers auf.
- Welche Kräfte wirken auf den mechanischen Teil? Beachten Sie mögliche Wandler, welche elektrische Größen in Kräfte umsetzen.
- Beschreiben Sie den elektrischen Teil des Systems mit der Maschengleichung und stellen Sie eine Differentialgleichung für den Strom i auf.

Mit diesen Voruntersuchungen kommen Sie zu einem System von Differentialgleichungen:

$$u_0(t) = R_i \cdot i(t) + R_s \cdot i(t) + L_s \cdot \frac{di}{dt} + k_m \cdot v(t)$$

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = k_m \cdot i(t) - D \cdot \frac{dx}{dt} - c \cdot x(t)$$

3 Analyse des mechanischen Systems

3.1 Darstellung der Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich

Im Folgenden soll das mechanische System des Lautsprechers analysiert werden, das durch einen Strom $i(t)$ angeregt wird. Stellen Sie dazu die Übertragungsfunktion $G(s)$ unter der Voraussetzung verschwindender Anfangsbedingungen auf.

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)}$$

Berechnen Sie anschließend die Pole des Systems.

3.2 Lösung der homogenen Differentialgleichung mit Ansatz

Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten charakterisieren lineare Systeme. Sie lassen sich über den homogenen Ansatz $x_H(t)$ lösen:

$$x_H(t) = X_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

Berechnen Sie mithilfe des Ansatzes die Lösung $x_H(t)$ der homogenen Differentialgleichung.

3.3 Darstellung des mechanischen Systems im Zustandsraum

Die Systemdarstellung im Laplace-Bereich soll mit der Darstellung im Zustandsraum verglichen werden. Stellen Sie dazu das System im Zustandsraum dar.

- Welche Variablen können Sie als Zustandsvariablen wählen?
- Wie lautet die Darstellung im Zustandsraum?
- Berechnen Sie die Eigenwerte der Systemmatrix A .
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Eigenwerten der Zustandsraumdarstellung, den Werten λ und den Polen der Übertragungsfunktion?

3.4 Variation der Parameter

Gehen Sie von folgenden Parametern des mechanischen Systems aus: $m = 10 \text{ g}$, $c = 1000 \text{ N/m}$ und $D = 2 \text{ Ns/m}$. Berechnen Sie die Pollage für diese Parameter.

Wie verändert sich die Pollage bei Variation einzelner Parameter? Führen Sie numerische Rechnungen in Matlab aus.

- Variation der Dämpfung D zwischen 0 und 20 Ns/m
- Variation der Federkonstante c zwischen 200 und 4000 N/m
- Variation der Masse m zwischen 0.005 und 0.04

Plotten Sie die sich ergebenden Pollagen in der komplexen Ebene und interpretieren Sie die Ergebnisse hinsichtlich Dämpfung und Frequenz.

4 Bestimmung der Parameter aus Angaben der Aufgabenstellung

Mit dem Differentialgleichungssystem ist das Verhalten zwar mathematisch beschrieben, zur konkreten Berechnung sind jedoch die in den Differentialgleichungen vorkommenden Parameter zu bestimmen. Dazu wurden folgende Messungen durchgeführt, mit deren Angaben Sie die Parameter des Systems Lautsprecher bestimmen sollen.

4.1 Zusammenhang zwischen Strom und Kraft

Durch Messungen wird das Übertragungsverhalten der Tauchspule experimentell bestimmt.

Messung	1	2	3
Strom / mA	50	100	150
Spannung U_Q / V	151	297	448

Durch den Zusammenhang zwischen Strom und Kraft an der Tauchspule kann bereits der erste Parameter aus dem Übertragungsverhalten ermittelt werden.

4.2 Zusammenhang Laststrom und Klemmenspannung der verwendeten Batterie

Der Innenwiderstand der linearen Quelle ergibt sich aus der Messung der Strom-Spannungskennlinie der Batterie.

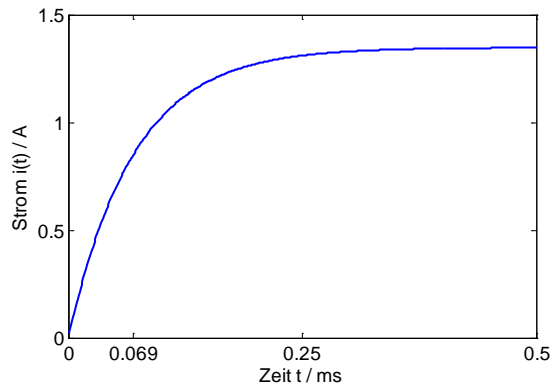
Messung	1	2	3
Strom / mA	0	50	100
Spannung U_Q / V	9.3	9.15	8.97

4.3 Ohmscher Widerstand der Spule

Der ohmsche Widerstand der Tauchspule wird mit einem Ohm-Meter gemessen: $R_S = 3.6 \Omega$

4.4 Einschaltstrom der fixierten Spule ($v = 0$)

Die folgende Grafik zeigt das Einschaltverhalten der Spule, wenn Sie an die 9 V Blockbatterie angeschlossen wird. Welchen Parameter können Sie aus dem Einschaltstrom bestimmen.



4.5 Kraft-Weg-Kennlinie des Lautsprechers

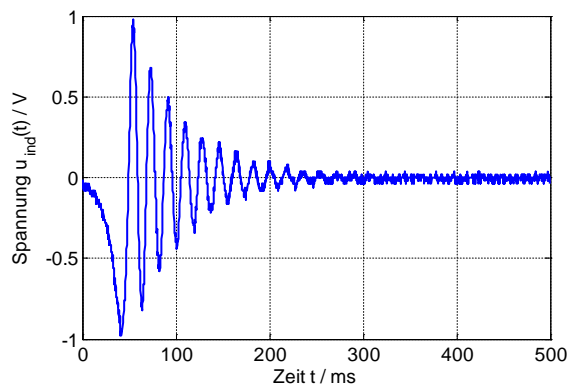
Zur Bestimmung der Federkonstante wird die Tauchspule mit Gewichten belastet und die sich ergebende Auslenkung aufgezeichnet.

Messung	1	2	3
Gewicht / g	50	100	150
Auslenkung / mm	0.23	0.47	0.71

Durch diese Messung kann ein weiterer mechanischer Parameter bestimmt werden.

4.6 Induzierte Spannung am Lautsprecher bei impulsförmiger Anregung unbekannter Amplitude

In der folgenden Grafik ist der Spannungsverlauf bei Anregung mit einem Impuls dargestellt. Die Messung erfolgt stromlos. Bestimmen sie die beiden letzten Parameter über die Auswertung dieser Messung.



5 Berechnung der Übertragungsfunktion und der Sprungantwort

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion für die Auslenkung $x(t)$ als Funktion der Spannung $u(t)$ im Laplace-Bereich. Beachten Sie dabei die aufgestellten Differentialgleichungen und ihre Abhängigkeiten.

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)}$$

Optional: Stellen Sie das System mit dieser Übertragungsfunktion in Matlab dar und berechnen Sie mit Hilfe von Matlab

- Sprungantwort bei Anregung mit 9.3 V
- Frequenzgang (Bode-Diagramm)
- Pol-Nullstellenverteilung

6 Wie hoch fliegt der Tischtennisball?

Auf die Lautsprechermembran wird ein Tischtennisball gelegt, dessen Masse klein ist im Verhältnis zur Masse der Lautsprechermembran.

Berechnen Sie, wie hoch der Ball fliegt, wenn die beschriebene Batterie an den Lautsprecher angeschlossen wird.