



Hochschule Karlsruhe
Technik und Wirtschaft
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Näher dran.

EIT Fakultät für Elektro-
und Informationstechnik

Systemtheorie

Vorlesung 26: Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Passive RLC-Schaltungen erster Ordnung

- Übertragungsfunktionen, die durch die Entwurfsverfahren bestimmt werden, können als aktive oder passive Filterschaltung realisiert werden
- Passive Filter werden als RLC-Schaltung realisiert
- Darstellungen beschränkt sich auf passive Filter erster und zweiter Ordnung
- Filter erster Ordnung werden als RC- oder RL-Glied realisiert
- Unter der Voraussetzung unbelasteter Filter können die Übertragungsfunktionen als Spannungsteiler berechnet werden
- Typischerweise werden bei der Realisierung RC-Schaltungen bevorzugt, da entsprechende Bauelemente für einen weiten Anwendungsbereich kostengünstig verfügbar sind
- Für die Dimensionierung des Filters wird ein Koeffizientenvergleich zwischen der gewünschten Filterfunktion und der Übertragungsfunktion der Schaltung durchgeführt

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Passive Filter erster Ordnung

Filter	Schaltbild	Übertragungsfunktion
RC-Tiefpass		$G(s) = \frac{1}{1 + R \cdot C \cdot s} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_G}}$
RC-Hochpass		$G(s) = \frac{R \cdot C \cdot s}{1 + R \cdot C \cdot s} = \frac{\frac{s}{\omega_G}}{1 + \frac{s}{\omega_G}}$
RL-Tiefpass		$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{L}{R} \cdot s} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_G}}$
RL-Hochpass		$G(s) = \frac{\frac{L}{R} \cdot s}{1 + \frac{L}{R} \cdot s} = \frac{\frac{s}{\omega_G}}{1 + \frac{s}{\omega_G}}$

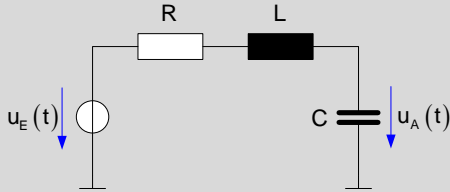
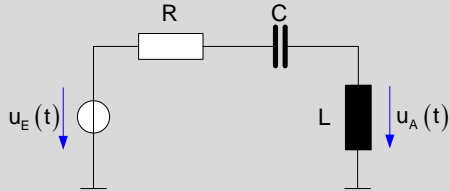
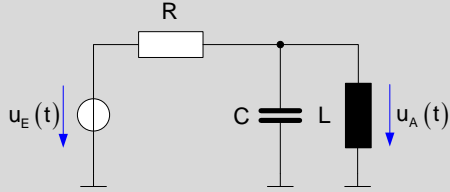
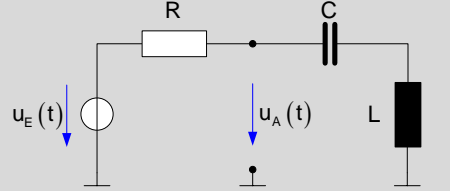
Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Passive RLC-Schaltungen zweiter Ordnung

- Passive Filter zweiter Ordnung mit reellen Polen können als Reihenschaltung zweier RC oder RL-Glieder realisiert werden
- Übertragungsfunktionen der entworfenen Filter weisen typischerweise konjugiert komplexe Pole auf, sie werden als RLC-Schaltung realisiert
- Unter der Voraussetzung unbelasteter Filter können die Übertragungsfunktionen wieder als Spannungsteiler berechnet werden
- Für die Dimensionierung des Filters wird ein Koeffizientenvergleich zwischen der gewünschten Filterfunktion und der Übertragungsfunktion der Schaltung durchgeführt

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Passive Filter zweiter Ordnung

Filter	Schaltbild	Übertragungsfunktion
Tiefpass		$G(s) = \frac{1}{1 + R \cdot C \cdot s + L \cdot C \cdot s^2}$
Hochpass		$G(s) = \frac{L \cdot C \cdot s^2}{1 + R \cdot C \cdot s + L \cdot C \cdot s^2}$
Bandpass		$G(s) = \frac{\frac{L}{R} \cdot s}{1 + \frac{L}{R} \cdot s + L \cdot C \cdot s^2}$
Bandsperr		$G(s) = \frac{1 + L \cdot C \cdot s^2}{1 + R \cdot C \cdot s + L \cdot C \cdot s^2}$

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Passive RLC-Schaltungen höherer Ordnung

- Passive Filter höherer Ordnung können nicht einfach durch die Reihenschaltung von passiven Filtern realisiert werden, weil dadurch die Annahme des unbelasteten Spannungsteilers nicht mehr richtig ist
- Stattdessen werden die Übertragungsfunktionen von Filterschaltungen über Kettenbruchdarstellungen berechnet und anschließend über Koeffizientenvergleich dimensioniert
- Vorgehen ist zum Beispiel in dem Buch „*Entwurf analoger und digitaler Filter*“ von O. Mildenerger beschrieben



Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Übungsaufgabe: Passive RLC-Schaltungen

Ein Tschebyscheff Filter mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{2.2813 \cdot 10^{-10} \cdot s^2 + 2.9364 \cdot 10^{-5} \cdot s + 1}$$

soll als passive RLC-Schaltung realisiert werden

- Wählen Sie eine Schaltung für die Realisierung aus
- Dimensionieren Sie die Bauelemente

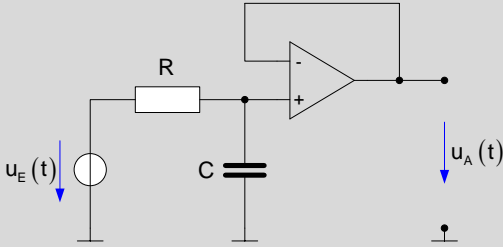
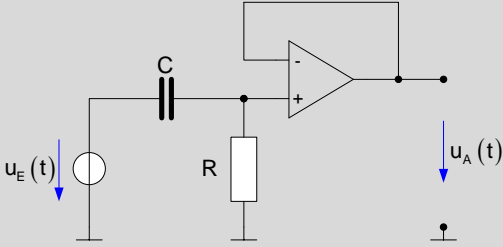
Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Aktive Filter erster Ordnung

- Für die Realisierung aktiver Filter stehen unterschiedliche Operationsverstärkerschaltungen zur Verfügung:
 - Sallen-Key-Strukturen
 - Multi-Feedback-Strukturen
 - Leapfrog-Strukturen
- Hier wird die Sallen-Key-Schaltung vorgestellt, die die Realisierung von Filterschaltungen mit minimalem Aufwand erlauben
- Schaltung wird für Tiefpass, Hochpass und Bandpass Filter dimensioniert, Bandsperren lassen sich mit dieser Filterstruktur nicht realisieren
- Aktive Filter erster Ordnung entsprechen RC-Filtern erster Ordnung mit nachgeschaltetem Spannungsfolger, durch den Spannungsfolger bleibt das Filter auch bei der Reihenschaltung unterschiedlicher Filter unbelastet
- Übertragungsfunktionen entsprechen den Übertragungsfunktionen unbelasteter RC-Filter

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Aktive Filter erster Ordnung

Filter	Schaltbild	Übertragungsfunktion
RC-Tiefpass		$G(s) = \frac{1}{1 + R \cdot C \cdot s} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_G}}$
RC-Hochpass		$G(s) = \frac{R \cdot C \cdot s}{1 + R \cdot C \cdot s} = \frac{\frac{s}{\omega_G}}{1 + \frac{s}{\omega_G}}$

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Aktive Filter zweiter Ordnung

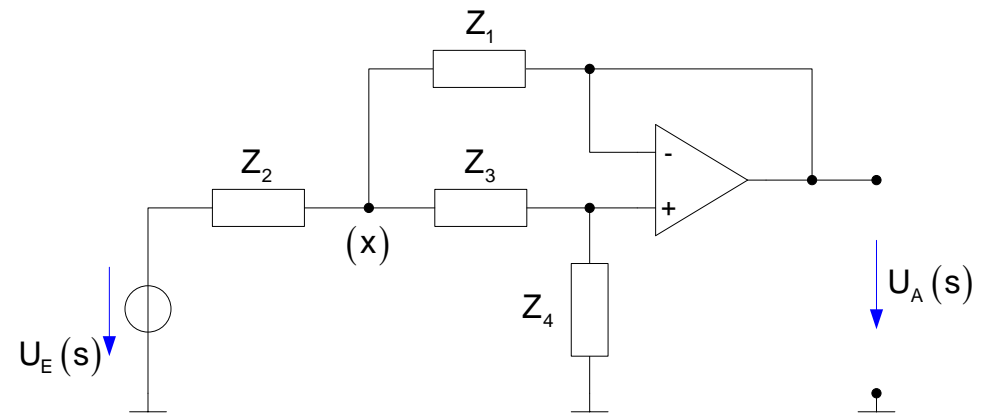
- Für die Realisierung aktiver Filter zweiter Ordnung wird die Sallen-Key-Struktur verwendet
- Knotenbilanz für den Rückführknoten (x)

$$I_1(s) + I_2(s) = I_3(s)$$

führt mit Maschenregeln zu der Übertragungsfunktion der Schaltung von

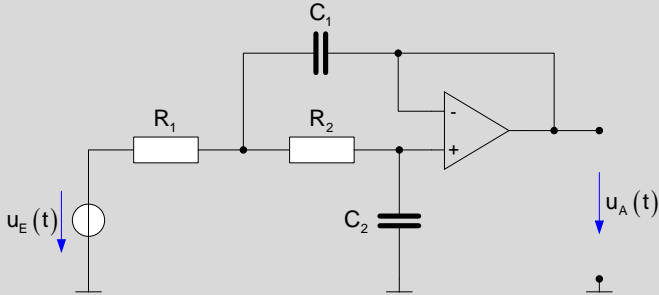
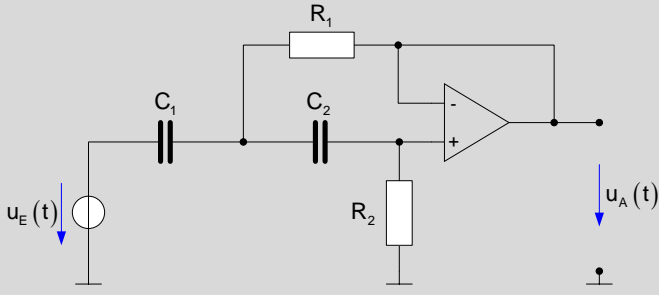
$$G(s) = \frac{Z_1(s) \cdot Z_4(s)}{Z_1(s) \cdot Z_2(s) + Z_1(s) \cdot Z_3(s) + Z_1(s) \cdot Z_4(s) + Z_2(s) \cdot Z_3(s)}$$

- Impedanzen $Z_n(s)$ werden in Abhängigkeit des Filter-Designs bestimmt



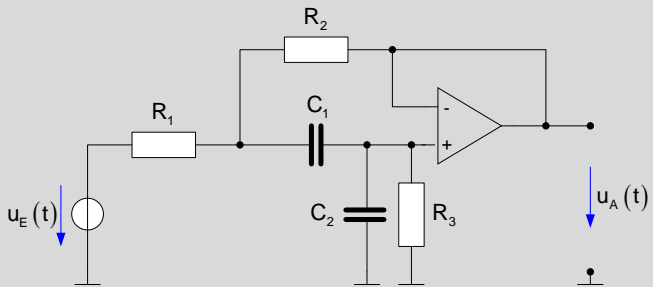
Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Aktive Filter zweiter Ordnung

Filter	Schaltbild	Übertragungsfunktion
Tiefpass		$G(s) = \frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2 + C_2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot s + 1}$
Hochpass		$G(s) = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2 + R_1 \cdot (C_1 + C_2) \cdot s + 1}$

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Aktive Filter zweiter Ordnung

Filter	Schaltbild	Übertragungsfunktion
Bandpass		$G(s) = \frac{b_1 \cdot s}{a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0}$ <p>mit</p> $a_0 = R_1 + R_2$ $a_1 = (R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3) \cdot C_1 + (R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) \cdot C_2$ $a_2 = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2$ $b_1 = R_2 \cdot R_3 \cdot C_1$

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Aktive Filter höherer Ordnung

- Aktive Filterschaltungen haben den Vorteil, dass ihre Ausgänge in guter Näherung als ideal angenommen werden können
- Damit lassen sich Filter höherer Ordnung als Reihenschaltung von aktiven Filtern erster und zweiter Ordnung realisieren
- Bei der Zerlegung ist darauf zu achten, dass konjugiert komplexe Pole immer zusammen in einem Filter zweiter Ordnung realisiert werden, ansonsten werden die Koeffizienten der Übertragungsfunktion komplex und können schaltungstechnisch nicht realisiert werden

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Übungsaufgabe: Aktive Filter höherer Ordnung

Ein Butterworth-Tiefpass-Filter mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{(20 \text{ krad/s})^2} + \frac{s}{20 \text{ krad/s}} + 1} \cdot \frac{1}{\frac{s}{20 \text{ krad/s}} + 1}$$

soll als Sallen-Key-Schaltung realisiert werden

- Wählen Sie eine Schaltung für die Realisierung aus
- Dimensionieren Sie die Bauelemente

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Entscheidungskriterien für aktive und passive Realisierungsvarianten

- Filter können als aktive oder passive Schaltung realisiert werden
- Wesentliches Entscheidungskriterium für eine geeignete Realisierungsform ist die Grenzfrequenz des Filters, sie kann bei passiven Filterschaltungen abgeschätzt werden zu

$$\omega_G = \frac{1}{L \cdot C}$$

- Bei geringen Grenzfrequenzen führt eine passive Realisierung von Filtern zu sehr großen Kondensatoren oder Spulen, deshalb werden passive Filterschaltungen zweiter oder höherer Ordnung erst bei Grenzfrequenzen eingesetzt, die im Bereich einiger 100 kHz liegen
- Operationsverstärkerschaltungen weisen ein Tiefpassverhalten auf, das ebenfalls eine Grenzfrequenz von einigen 100 kHz besitzt
- Deshalb werden Filter höherer Ordnung mit einer Grenzfrequenz unter 100 kHz typischerweise aktiv und oberhalb 1 MHz typischerweise passiv realisiert

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Rechnergestützter Filterentwurf

- Simulationsprogramme erlauben einen rechnergestützten Filterentwurf
- MATLAB bietet in der Signal Processing Toolbox unterschiedliche Funktionen für den Entwurf analoger Filter an
- Entwurf teilt sich in zwei Schritte aus:
 - Bestimmung von Filterordnung und Grenzfrequenz
 - Berechnung der Übertragungsfunktion des jeweiligen Filters, dabei wird mit dem optionalen Parameter 'ftype' festgelegt, ob es sich um einen Tiefpass, einen Hochpass, einen Bandpass oder eine Bandsperre handelt

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Filterentwurf mit MATLAB – Bestimmung von Grenzfrequenz und Filterordnung

Befehl	Beschreibung
$[n, Wn] = \text{buttord}(Wp, Ws, Rp, Rs, 's')$	Berechnung der Filterordnung n und der 3-dB-Grenzfrequenz eines Butterworth-Filters
$[n, Wp] = \text{cheb1ord}(Wp, Ws, Rp, Rs, 's')$	Berechnung der Filterordnung n eines Tschebyscheff-Filters Typ 1
$[n, Wp] = \text{ellipord}(Wp, Ws, Rp, Rs, 's')$	Berechnung der Filterordnung n eines elliptischen Filters

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Filterentwurf mit MATLAB – Bestimmung der Übertragungsfunktion

Befehl	Beschreibung
<code>[b,a] = butter(n,Wn,'ftype','s')</code>	Berechnung der Zählerkoeffizienten b_m und der Nennerkoeffizienten a_n eines Butterworth-Filters, das eine Ordnung n und eine 3-dB-Grenzfrequenz W_n aufweist
<code>[b,a] = cheby1(n,R,Wp,'ftype','s')</code>	Berechnung der Zählerkoeffizienten b_m und der Nennerkoeffizienten a_n eines Tschebyscheff-Filters Typ 1, das eine Ordnung n und eine Grenzfrequenz W_p aufweist, im Durchlassbereich ist eine Welligkeit von $a_D = R$ zulässig
<code>[b,a] = besself(n,Wo)</code>	Berechnung der Zählerkoeffizienten b_m und der Nennerkoeffizienten a_n eines elliptischen Filters, das eine Ordnung n , Gruppenlaufzeit ist bis zur Frequenz W_0 näherungsweise konstant

Schaltungstechnische Realisierung von Filtern

Rechnergestützter Filterentwurf

- Texas Instruments bietet im Internet für die Auslegung analoger Filter das kostenlose Programm FilterPro an
- Mit dem Programm können verschiedene Filtertypen über die Vorgabe eines Toleranzschemas oder der Grenzfrequenz und Filterordnung definiert werden
- Es stehen unterschiedliche Entwurfsverfahren und Grundschaltungen zur Verfügung
- Schaltbild sowie der Frequenzgang des Filters werden angegeben

