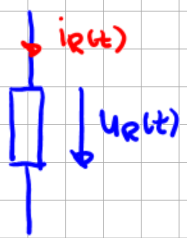
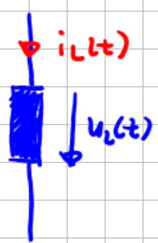
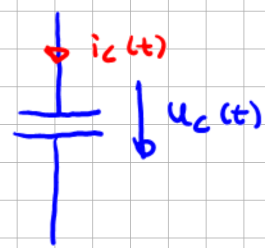
Systemtheorie: Ein- und Umschaltvorgänge

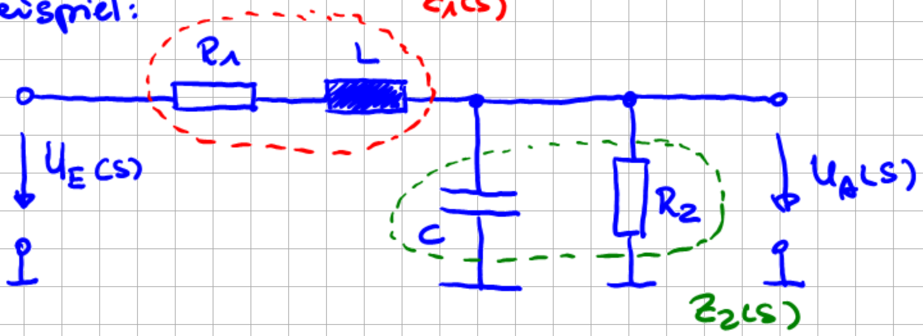
- Beschreibung von Strom- und Spannungsverläufen in RLC-Schaltungen erfolgt mit der komplexen Wechselstromrechnung
  Problem: Ein- und Ausschaltvorgänge lassen sich damit nicht beschreiben
  Idee: Einsatz der Laplace-Transformation

- Beschreibung der Bauelemente zunächst für verschwindende Anfangsbedingungen, Vergleich der Beschreibung im Zeitbereich, bei der komplexen Wechselstromrechnung und im Laplace-Bereich (ohne Anfangsbedingung)

Widerstand	Induktivität	Kapazität
		
$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$	$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L}{dt}$	$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}$
$\underline{U}_R = R \cdot \underline{I}_R$ $\underline{Z}_R = R$	$\underline{U}_L = j\omega L \cdot \underline{I}_L$ $\underline{Z}_L = j\omega L$	$\underline{I}_C = j\omega C \cdot \underline{U}_C$ $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$
$U_R(s) = R \cdot I_R(s)$ $Z_R(s) = R$	$U_L(s) = s \cdot L \cdot I_L(s)$ $Z_L(s) = s \cdot L$	$I_C(s) = s \cdot C \cdot U_C(s)$ $Z_C(s) = \frac{1}{s \cdot C}$

Im Laplace-Bereich kann mit den Impedanzen und Quellen genauso gerechnet werden, wie bei der Gleichstromtechnik oder der komplexen Wechselstromtechnik

Beispiel:



Reihenschaltung:

$$Z_1(s) = R_1 + s \cdot L$$

Parallelschaltung:

$$Z_2(s) = R_2 \parallel \frac{1}{C \cdot s} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{C \cdot s}}{R_2 + \frac{1}{C \cdot s}} = \frac{R_2}{1 + R_2 C s}$$

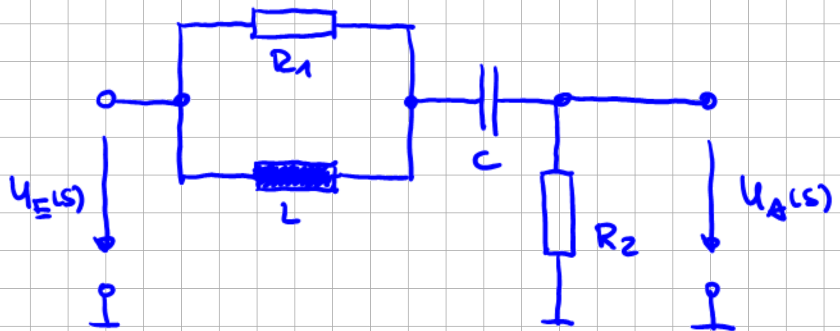
komplexer Spannungsteiler und $U_E(t) = U_0 \cdot \delta(t)$

$$U_A(s) = \frac{\frac{R_2}{1 + R_2 C s}}{\frac{R_2}{1 + R_2 C s} + R_1 + s \cdot L} \cdot \frac{U_0}{s}$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + (1 + R_2 C s)(R_1 + s \cdot L)} \cdot \frac{U_0}{s}$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2 + (L + R_1 R_2 C) \cdot s + R_2 C L \cdot s^2} \cdot \frac{U_0}{s}$$

Übungsaufgabe:



$U_E(t) = U_0 \cdot \delta(t)$

$U_A(s) = ?$

- Erweiterung des Verfahrens für Bauelemente mit von null verschiedenen Anfangsbedingungen

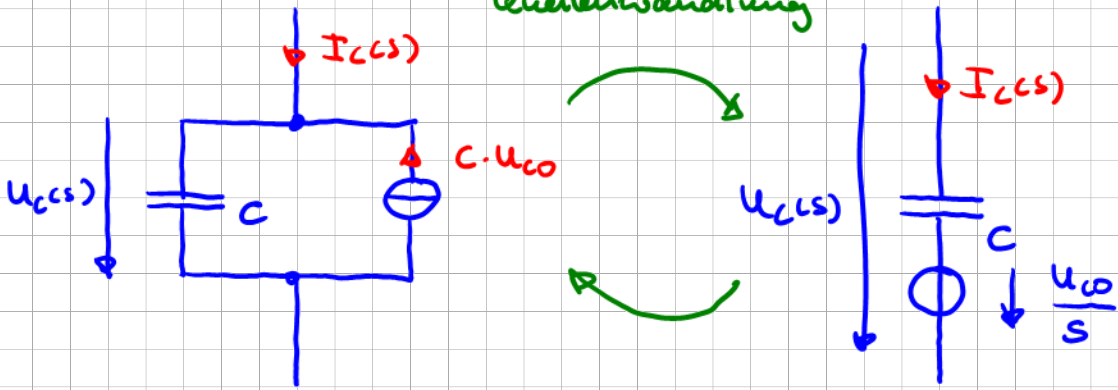
1. Kapazität mit Anfangsbedingung u_{C0}

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad I_C(s) = C \cdot \left(s \cdot U_C(s) - u_{C0} \right)$$

Anfangs-bedingung

Wie kann die Gleichung als Schaltung beschrieben werden? Summe von Strömen = Parallelschaltung

Quellenwandlung



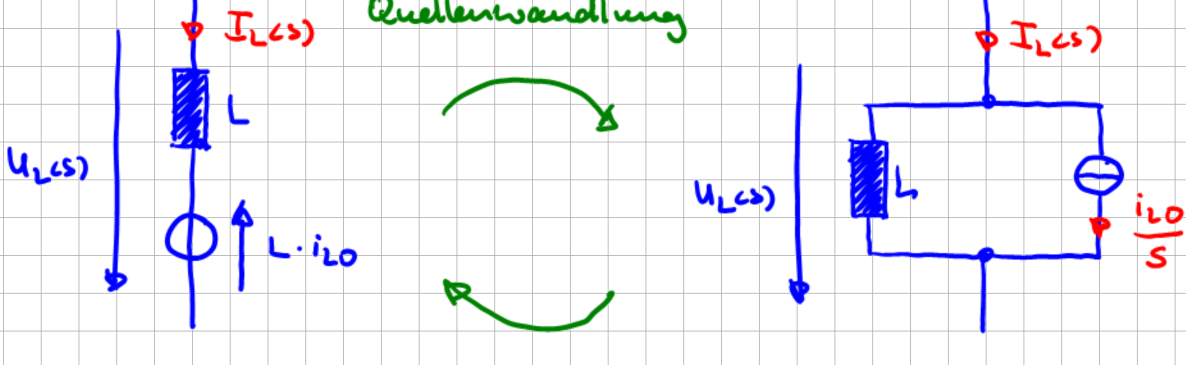
Anfangsbedingung kann als Strom- oder Spannungsquelle dargestellt werden

2. Induktivität mit Anfangsbedingung i_{L0}

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad U_L(s) = L \cdot \left(s \cdot I_L(s) - i_{L0} \right)$$

Wie kann die Gleichung als Schaltung dargestellt werden? Summe von Spannungen = Reihenschaltung

Quellenwandlung



Anfangsbedingung kann als Strom- oder Spannungsquelle dargestellt werden