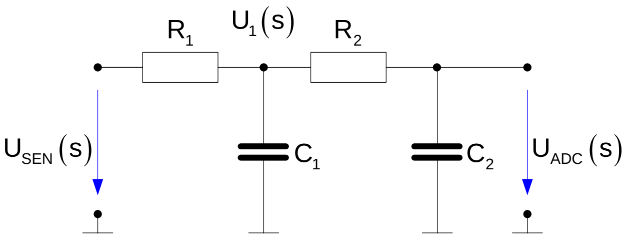
Musterlösung Abtastung von Sensorsignalen

Die Spannung des Sensors wird über einen passiven RC-Tiefpass zweiter Ordnung gefiltert.



Die Übertragungsfunktion des Filters wird in zwei Schritten berechnet. Im ersten Schritt wird die Übertragungsfunktion des rechten Schaltungsteils bestimmt.

$$G_2(s) = \frac{\frac{1}{C_2 \cdot s}}{\frac{1}{C_2 \cdot s} + R_2} = \frac{1}{1 + R_2 \cdot C_2 \cdot s}$$

Der linke Schaltungsteil kann als belasteter Spannungsteiler angesehen werden. Mit der Impedanz

$$Z_{12}(s) = \frac{\frac{1}{C_1 \cdot s} \cdot \left(\frac{1}{C_2 \cdot s} + R_2\right)}{\frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s} + R_2} = \frac{1 + R_2 \cdot C_2 \cdot s}{C_2 \cdot s + C_1 \cdot s + R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2}$$

ergibt sich die Spannung $U_1(s)$ zu

$$U_1(s) = \frac{\frac{1 + R_2 \cdot C_2 \cdot s}{C_2 \cdot s + C_1 \cdot s + R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2}}{\frac{1 + R_2 \cdot C_2 \cdot s}{C_2 \cdot s + C_1 \cdot s + R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2} + R_1} \cdot U_{SEN}(s)$$

$$= \frac{1 + R_2 \cdot C_2 \cdot s}{1 + R_2 \cdot C_2 \cdot s + R_1 \cdot C_2 \cdot s + R_1 \cdot C_1 \cdot s + R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2} \cdot U_{SEN}(s)$$

Damit lautet die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems

$$G(s) = \frac{1 + R_2 \cdot C_2 \cdot s}{1 + R_2 \cdot C_2 \cdot s + R_1 \cdot C_2 \cdot s + R_1 \cdot C_1 \cdot s + R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2} \cdot \frac{1}{1 + R_2 \cdot C_2 \cdot s}$$

$$= \frac{1}{1 + (R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_1) \cdot s + R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot s^2}$$

Das System besteht aus passiven Bauelementen. Es ist stabil. Damit errechnet sich der Frequenzgang mit die Substitution $s = j \cdot \omega$ zu

$$G(\omega) = \frac{1}{1 + (R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_1) \cdot j \cdot \omega - R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot \omega^2}$$

Um die Frage der Amplitude von Messsignal und Störung zu beantworten, ist der Amplitudengang notwendig. Er berechnet sich zu

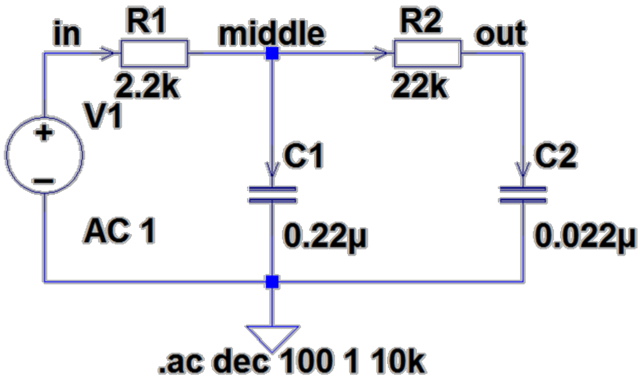
$$A(\omega) = \sqrt{\frac{1}{\left(1 - R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot \omega^2\right)^2 + \left(R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_1\right)^2 \cdot \omega^2}}$$

Die erforderlichen Zahlenwerte werden über ein MATLAB-Skript berechnet.

```
% Initialisierung
close all;
clear all;
clc;

% Definition der Konstanten
R1 = 2.2e3;
R2 = 22e3;
C1 = 220e-9;
C2 = 22e-9;

% Bestimmung der gesuchten Frequenzen
w = [90 200]

% Berechnung des Amplitudengangs
A = 1./ abs(1 - R1*R2*C1*C2*w.^2 + j*(R2*C2+R1*C2+R1*C1)*w)
```

Der Amplitudengang bei 90 Hz beträgt $A_{90} = 0.9182$, und bei 200 Hz liegt ein Amplitudengang von $A_{200} = 0.7021$ vor. Das Signal wird bei der Frequenz von 90 Hz um 10 % abgeschwächt, die Störung wird bei diesem Filter um 30 % abgeschwächt. Damit weist die Störung nach dem Filter eine Amplitude von 14.04 mV auf.

Zur Plausibilisierung wird das System in LT-Spice simuliert. Es ergeben sich dieselben Zahlenwerte wie in MATLAB.



Eine harmonische Schwingung kann als Kosinusfunktion beschreiben werden. Sie besteht im Frequenzbereich aus zwei Impulsen an den Stellen $\pm 2 \cdot \pi \cdot 200$ Hz. Bei der Abtastung der Störung werden die beiden Impuls periodisch in $2 \cdot \pi \cdot 180$ Hz fortgesetzt. Es ergeben sich harmonische Schwingungen mit folgenden Frequenzen 20 Hz, 160 Hz, 200 Hz, 340 Hz usw. Wird von einer Rekonstruktion mit einem idealen Tiefpass-Filter und der Grenzfrequenz $\omega_G = \omega_A/2 = 90$ Hz ausgegangen, bleibt nach der Filterung der Signalanteil mit einer Frequenz von 20 Hz als Störung.

Der eingesetzte Filter ist für diesen Anwendungsfall nicht wirklich geeignet. Es wäre sinnvoll, einen Butterworth-Filter höherer Ordnung einzusetzen.