Systemtheorie Online

Musterlösung: Feder-Masse-System, 10.11.2014

Die Simulation kann mit MATLAB/Simulink oder Scilab/Xcos gelöst werden. Die Studentenversion von MATALB ist unter dem Link

http://www.mathworks.de/

zu finden. Scilab ist eine kostenlose Open-Source-Software, die unter folgendem Link zu finden ist.

http://www.scilab.org/

Die grundlegende Vorgehensweise wird in diesem Dokument und ist für beide Programme gleich. Die individuellen Musterlösungen sind Teil dieses ZIP-Files.

Das System kann über die Differentialgleichung

$$F_E(t) = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + D \cdot \frac{dx}{dt} + c \cdot x(t)$$

beschrieben werden. Zur Simulation wird die Gleichung in eine Integralgleichung überführt. Dazu wird die Gleichung nach der höchsten Ableitung aufgelöst.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m} \cdot \left(F_E(t) - D \cdot \frac{dx}{dt} - c \cdot x(t) \right)$$

Nach der ersten Integration ergibt sich

$$\frac{dx}{dt} - \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = \int_0^t \frac{1}{m} \cdot \left(F_E(\tau_1) - D \cdot \frac{dx}{dt} - c \cdot x(\tau_1) \right) d\tau_1$$

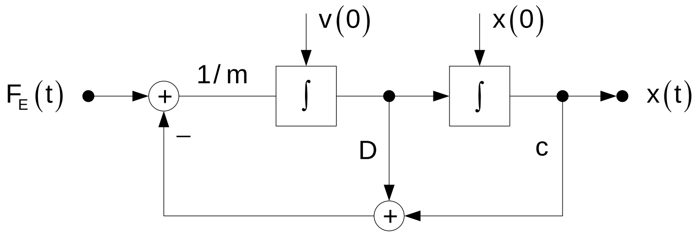
beziehungsweise

$$\frac{dx}{dt} = \int_0^t \frac{1}{m} \cdot \left(F_E(\tau_1) - D \cdot \frac{dx}{dt} - c \cdot x(\tau_1) \right) d\tau_1 + v(0)$$

Die zweite Integration ergibt

$$x(t) = \int_0^t \int_0^{\tau_2} \frac{1}{m} \cdot \left(F_E(\tau_1) - D \cdot \frac{dx}{dt} - c \cdot x(\tau_1) \right) d\tau_1 + v(0)\, d\tau_2 + x(0)$$

Diese Gleichung kann über das folgende Blockschaltbild beschrieben werden. Es ist Basis für die jeweilige Implementierung in Simulink beziehungsweise Xcos.

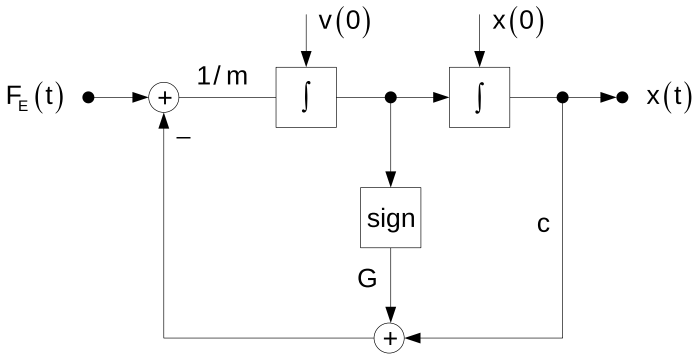


Die Amplitude nimmt exponentiell ab. Eine Änderung der Dämpfungskonstante D wirkt sich im wesentlichen auf das Dämpfungsverhalten des Einschwingvorgangs aus. Mit steigender Dämpfungskonstanten D klingt die Amplitude schneller ab.

Bei dem System mit Gleitreibung muss die Kraft, die das System abbremst, geändert werden.

$$x(t) = \int_0^t \int_0^{\tau_2} \frac{1}{m} \cdot \left(F_E(\tau_1) - G \cdot \operatorname{sgn}\left(\frac{dx}{dt}\right) - c \cdot x(\tau_1) \right) d\tau_1 + v(0)\, d\tau_2 + x(0)$$

Es ergibt sich folgendes Blockschaltbild.

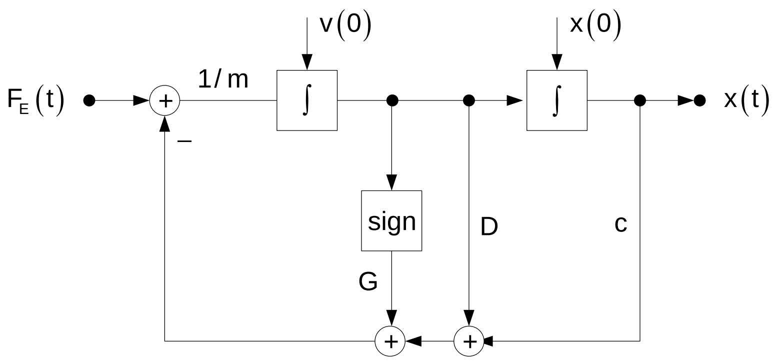


Die Amplitude nimmt linear ab. Eine Änderung der Gleitreibungskraft G wirkt sich im wesentlichen auf das Dämpfungsverhalten des Einschwingvorgangs aus. Mit steigender Gleitreibungskraft G klingt die Amplitude schneller ab.

Eine Kombination der Abbremsmechanismen führt zu der Gleichung

$$x(t) = \int_0^t \int_0^{\tau_2} \frac{1}{m} \cdot \left(F_E(\tau_1) - G \cdot \operatorname{sgn}\left(\frac{dx}{dt}\right) - D \cdot \frac{dx}{dt} - c \cdot x(\tau_1) \right) d\tau_1 + v(0)\, d\tau_2 + x(0)$$

und zu dem Blockschaltbild



Um die realen Parameter zu bestimmen, werden Messdaten geladen und in einem gemeinsamen Plot dargestellt. Eine bestmögliche Übereinstimmung wird für die Parameter m = 0.129 kg, c = 555 N/m, G = 0.07 N und D = 0.28 N·s/m.

Die Lösungen in MATLAB/Simulink und Scilab/Xcos sind in dem entsprechenden Verzeichnissen zu finden.